

NEVYVÁHA ČERPADLA ZPŮSOBENÁ ELEKTROMAGNETICKÝM POLEM ELEKTROMOTORU

Ing. Mečislav HUDECZEK, Ph.D.

HUDECZEK SERVICE, s. r. o., Albrechtice, ČESKÁ REPUBLIKA

Anotace

V této práci je řešena problematika vlivu elektromagnetického pole elektromotoru na poháněný mechanismus. Při montáži oběhového čerpadla na jedné z tepláren došlo k nedržení základních konstrukčních a montážních požadavků a navíc při uvádění soustrojí do trvalého provozu byla špatně provedená analýza frekvenčního spektra a následně došlo k chybnému určení příčin nadměrných vibrací. S těmito chybami byly spojeny značné finanční náklady a taktéž dlouhodobý proces při předávání předmětného čerpadla do trvalého provozu.

1. Úvod

Firma HUDECZEK SERVICE, s. r. o. byla požádána o technickou pomoc při zjištění příčin kmitání na soustrojí oběhového čerpadla OČ5, které provozuje jedna z tepláren ve Slezsku. Na základě měření vibrací na uvedeném soustrojí byla zjištěna odborníky firmy HUDECZEK SERVICE, s. r. o. nesymetrie elektromagnetického pole elektromotoru a taktéž nedostatečná tuhost základového rámu. Zákazníkovi proto bylo v prvním kole doporučeno provést úpravu základového rámu. V případě, že úprava základového rámu nepřinese požadované snížení nadměrných vibrací bude muset být vyměněn elektromotor za nový.

Základní parametry soustrojí

Elektromotor M5

Typ	1AN3R 355 V – 2.No
Jmenovitý výkon	6,5 – 315 kW
Napájecí frekvence	15 – 50 Hz
Jmenovité otáčky	898,6 – 2974 min ⁻¹

Tab.1.: Charakteristiky elektromotoru

Oběžné čerpadlo OČ5 fy GRUNDFOS

Typ	130 – 315/313/DAOF
P/t	25/120
Počet lopatek N	8
Průměr lopatek D	313 mm

Tab. 2. Charakteristiky čerpadla

Frekvenční měnič fy PDL ELEKTRONICS

Typ	MV450C20
Napájecí napětí	400 V
Napájecí proud	540 A
Filtr	dU/dt filtr

Tab.3.: Charakteristiky frekvenčního měniče

Před měřením vibrací firmou HUDECZEK SERVICE, s. r. o., měření prováděli dodavatelé čerpadla a elektromotoru a taktéž výrobci čerpadla. Výsledky jejich měření a závěry jsou (jsou to přepisy jejich protokolů):

Shrnutí výsledků z měření čerpadla zjištěných na zkušebně výrobce předmětného stroje.

- po provedené úpravě hydrauliky čerpadla se celkové vibrace snížily na max. 3,4 mm/s v horizontálním směru,
- složka otáčkové frekvence ve spektru nepřevyšuje hodnotu cca 0,5 mm/s,
- složka na lopatkové frekvenci (8. řád) a i 4. řád jsou po provedených úpravách nevýrazné,
- v záznamech spektra vibrací (při max. provozních otáčkách) zůstávají významné složky na vysokých frekvencích, a to cca 150 a 290 Hz, které souvisejí s vlastními frekvencemi sestavy ve zkušebním uspořádání. Nejvýraznější je vliv zkušební spojky (vlastní frekvence ~302 Hz), rotoru (oběžného kola) čerpadla (~157 Hz) a vliv uchycení čerpadla k podlaze zkušebny (~225 Hz). Odezvy za provozu při těchto vlastních frekvencích jsou pak odpovídajícím způsobem zesilovány budícími silami, t.j. otáčením rotoru nebo lopatkovou frekvencí, v pásmu, které je ovlivněno regulačním rozsahu (změny otáček).
- z toho důvodu bylo doporučeno pro provoz na díle aplikovat max. tuhé spojení oběžného kola a hřídelové spojky na rotor, aby se shora zjišťované vlivy co nejvíce omezily. Pro částečné zvýšení dopravní výšky bylo doporučeno provést podpílování výstupní konců lopatek.

Shrnutí výsledků z měření vibrací na stavbě výrobcem čerpadla:

- ve spektru vibrací na čerpadle je patrná pouze složka otáčkové frekvence, amplituda na této frekvenci byla 3,7 mm/s při otáčkách 48,6 Hz
- tato skladba vibrací je naprosto odlišná od spektra zjištěného na zkušebně, při měření zde je složka na otáčkové frekvenci minimální,
- z těchto důvodů a s přihlédnutím ke zjištěné hodnotě vlastní frekvence je možno konstatovat, že jde opět o problém vybuzení rezonance. Charakter vibrací zjišťovaný při měření čerpadla na stavbě nesouvisí přímo s jeho stavem (kvalitou výrobního provedení), ale je výrazně ovlivněn vlastnostmi celého dynamického systému,

- příčina vibrací svorkovnice elektromotoru v místě blízkém kabelové vývodky je opět vybuzená rezonance, samovybuzení je způsobeno dvojnásobkem frekvence otáčení motoru.

Doporučená opatření výrobcem čerpadla

Změna vlastních frekvencí sestavy

Snížení vibrací čerpadla by bylo možno s velkou pravděpodobností dosáhnout dostatečným oddálením rezonanční frekvence od provozní oblasti (s rezervou alespoň 20 %). V daném případě by bylo zřejmě nutno upevnit sací potrubí v horizontálním směru tak, aby vlastní frekvence tohoto uložení byla dostatečně vzdálena od max. provozních otáček t.j. na cca 60 Hz. Tato úprava by byla zřejmě značně komplikovaná, její realizace by byla spojena s nutností vynaložení značných nákladů při určité míře nejistoty dosažení dobrých výsledků. Z tohoto důvodu je v tomto případě doporučováno ponechat projekční uspořádání beze změn a provádět průběžné monitorování stavu vibrací.

Toto doporučení je podloženo jednak skutečností, že zjišťované vibrace nejsou nijak zvlášť vysoké (podrobněji viz následující stať) a také proto, že je možno provádět hodnocení vibrací i na základě jejich změny. Vibrace je možno obecně hodnotit dle dvou kritérií viz např. ČSN ISO 10 816-1, čl. 5, t. j. sledováním velikosti vibrací resp. sledováním změny velikosti vibrací. Ve druhém případě lze posuzovat změny vibrací vzhledem k předem stanovené referenční hodnotě. Tato referenční hodnota by mohla být dána právě výsledky měření, jež jsou výše uvedeny, neboť bylo možno na základě provedených šetření konstatovat, že vlastní čerpadlo je vyhovující.

Problém vibrací krytu elektromotoru je možno označit jako velice významný, v krajním případě by mohlo dojít k ohrožení obsluhy, došlo-li by k poškození izolace kabelu. Bylo doporučeno problém řešit ve spolupráci s výrobcem/ dodavatelem elektromotoru (výsledky měření byly ihned po měření předány zákazníkovi).

Přípustné meze vibrací pro čerpadla

Měřené čerpadlo je možné dle zjištěných výsledků zařadit do třídy mohutnosti vibrací $< 4,5$ mm/s. Vzhledem k přenášeným výkonům a typu čerpadla je možné vibrace považovat za uspokojivé, které nebudou mít při setrvalém stavu vliv na provozuschopnost čerpadla.

Pro přípustné meze vibrací existuje několik normativních předpisů, některé z nich jsou nyní nově připravovány, jak je uvedeno v následujícím:

ČSN ISO 9905, Technické požadavky pro odstředivá čerpadla třída I:

Nefiltrované hodnoty mechanického kmitání nesmějí při měření ve zkušebním zařízení výrobce (dodavatele) překročit mezní hodnoty 7,1 mm/s. Tento předpis dále stanovuje v části „Vyvážení a mechanické kmitání“: „Za klidný chod čerpadla (a jeho pohonu) v místě provozní instalace odpovídají společně výrobce (dodavatel) a odběratel. V místě trvalého provozu musí mít soustrojí funkci stejně dobrou, jako mělo na zkušebně výrobce (dodavatele)“.

ČSN ISO 10816-3, Část 3: Průmyslové stroje se jmenovitým výkonem nad 15 kW a jmenovitými otáčkami mezi 120 1/min a 15000 1/min při měření in situ.

Dle tabulky A.3 (čerpadla s odděleným pohonem nad 15 kW) jsou mezní hodnoty vibrací vymezeny hranicemi pásem A/B - 3,5 mm/s, B/C - 7,1 mm/s. (A – nový stroj, B – provoz stroje po neomezenou dobu, C – neuspokojivé pro dlouhodobý provoz, D – nebezpečné, poškození stroje)

ISO/CD 10816-7 návrh normy speciálně řešící vibrace čerpadel.

Nejnižší hodnota (pro čerpadlo kategorie I, uváděné do provozu jako nové) je 3 mm/s, další mez 4,5 mm/s je pro čerpadla dle této kategorie bez omezení provozní doby.

Závěr protokolu provedený výrobcem čerpadla

Měření mechanického kmitání čerpadla Grundfos NK 150-315 bylo realizováno jednak na zkušebně výrobce a také při provozu na díle.

Charakter vibrací byl při obou měření zcela odlišný. Zatímco na zkušebně převažovaly ve spektru složky vysokých frekvencí, na stavbě byla dominantní složka na otáčkové frekvenci.

Při bližším šetření vibrací na stavbě byla zjištěna vlastní frekvence potrubního řádu na sání v horizontálním směru, jejíž hodnota je na počátku pracovní oblasti čerpadla (~40 Hz). Zvýšené vibrace čerpadla na otáčkové frekvenci pak pravděpodobně vznikají vlivem jejich rezonančního zesílení.

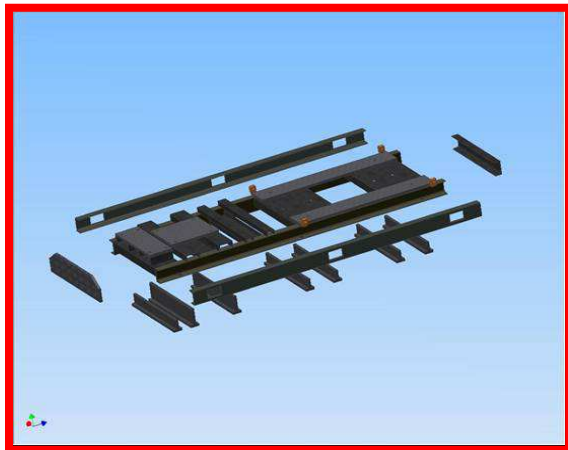
Vzhledem k tomu, že nejvyšší měřená hodnota vibrací v horizontálním směru nepřesáhla mez 4,5 mm/s, je doporučováno čerpadlo ponechat v trvalém provozu, zavést režim průběžného monitorování a sledovat jeho změny.

Odstranění problému vibrací svorkovnice elektromotoru je nutno řešit neprodleně, zřejmě změnou tuhosti krytu.

Výsledky citovaných protokolů neuspokojily investora a přistoupil na doporučení stanovená firmou HUDECZEK SERVICE, s. r. o.

2. Návrh prvků ke zvýšení tuhosti základového rámu

Na obrázku (1) je zobrazen model rámu před jeho úpravou. Jsou zde také zobrazeny části rámu, které slouží jednak ke zvýšení tuhosti samotného základového rámu a jednak zabezpečí požadovanou tuhost zalitím v betonu.



Obr. 1. Úprava základového rámu vyztužovacími a kotvícími prvky

Aby bylo zabezpečeno správné ukotvení základového rámu v betonovém podloží je nutné opatřit veškeré části konstrukce, ve kterých by se mohly vytvořit vzduchové kapsy, výfukovými otvory. Po zalití základového rámu betonovou směsí se vzduch z uzavřených prostor vytlačí a základový rám je homogenně zalit.

Na obrázku (2) je zobrazen původní rám, kde jsou viditelná místa nedokonalého zalití betonem.

Po úpravě základového rámu a jeho osazení do betonové vyzdívky byly na soustrojí opět proměřeny vibrace. Měření vibrací bylo zjištěno, že došlo k poklesu kmitání v průměru o 13%.



Obr. 2. Demontovaný základový rám

3. Výměna elektromotoru za nový

Dalším problémem, který vyplýval z měření vibrací na tomto soustrojí byly zvýšené hodnoty vibrací při zatíženém chodu stroje. Zvýšení vibrací se projevovalo na čerpadle a to na otáčkové frekvenci což je nevyváženost rotujících částí. Po rozpojení spojky a spuštění elektromotoru na prázdno a následném změření vibrací bylo zjištěno analýzou frekvenčního spektra, že vibrace jsou na dvojnásobné frekvenci sítě 100 Hz. Na základě tohoto zjištění bylo konstatováno, že elektromagnetické pole elektromotoru je nesymetrické. Elektromotor musel být vyměněn. Po výměně elektromotoru byly vibrace na výborné úrovni.

4. Co způsobuje klam při analýzách nesymetrie elektromagnetického pole elektromotoru

Na tuto otázku lze odpovědět hlubokou analýzou časově proměnlivých elektromagnetických sil působících mezi státorem a rotorem stroje.

4.1. Obecná kritéria elektromagnetických příčin vibrací

Rozeznáváme podle zdrojů tři základní složky vibrací elektrických strojů a to:

- vibrace elektromagnetického původu
- vibrace mechanického původu
- vibrace ventilačního původu

První složkou, charakteristickou pro elektrické stroje, jsou vibrace elektromagnetického původu, které jsou u točivých strojů vyvolány časově proměnlivými elektromagnetickými silami působícími mezi státorem a rotorem stroje. Touto příčinou se budeme dále zabývat. Tato příčina je ve své obecnosti společná všem druhům elektrických strojů točivých, proto projednáme nejprve obecně platná kritéria vzniku elektromagnetických vibrací. Uvažujme tedy libovolný elektrický točivý stroj jako systém sestávající ze statoru a rotoru. Obě části jsou vybaveny libovolným vinutím, protékáným proudem, jehož magnetomotorické napětí v časovém i prostorovém rozložení lze vyjádřit Fourierovou řadou. Obdobně lze vyjádřit průběh vodivosti vzduchové mezeře mezi státorem a rotorem, která není obecně konstantní. Z tohoto časového a prostorového rozložení vyplývá obecný průběh indukce ve vzduchové mezeře mezi státorem a rotorem, a tudíž i průběh radiálních sil, působících mezi těmito dvěma částmi stroje. Podle Maxwella působí v každém místě vzduchové mezery radiální síla, kterou je možné vyjádřit na jednotku plochy rovnicí.

$$p_r = \frac{B^2 - (\alpha, t)}{2\mu_0} \quad [Pa, T, Hm^{-1}] \quad (1)$$

kde

p_r .. je radiální síla ve vzduchové mezeře vztažená na jednotku plochy (radiální tlak);

$B(\alpha, t)$.. je okamžitá hodnota magnetické indukce ve vzduchové mezeře v místě vzdáleném o obvodový úhel α od vytčené osy a v čase t . Protože ve všech úvahách zanedbáváme vliv nasycení železa, tj. předpokládáme permeabilitu železa $\mu_{Fe} = \infty$, můžeme do rovnice (1) dosadit $B(\alpha, t) = \mu_0 H(\alpha, t)$.

Dosazení přejde rovnice (1) do tvaru

$$p_r = \frac{\mu_0}{2} H^2(\alpha, t) \quad [Pa, Hm^{-1}, Am^{-1}] \quad (2)$$

kde $H(\alpha, t)$ je okamžitá hodnota intenzity magnetického pole v místě α a v čase t . Při obecném prostorovém rozložení časové proměnlivé magnetické indukce vzniknou mezi statorem a rotorem časové proměnlivé síly, které jsou rovněž určitým způsobem prostorově rozloženy. Tyto síly mohou za jistých podmínek rozvíjet jednotlivé části stroje.

U většiny strojů je možné si z mechanického hlediska představit rotor jako masivní váleček a je tedy zřejmé, že pro vznik vibrací je rozhodující chvění aktivního železa statoru, který je možné znázornit zjednodušeně jako relativně tenkostěnný dutý váleček namáhaný zevnitř časově proměnlivými silami, které mají určité prostorové uspořádání. Pro obecně platné rozložení sil, působících radiálně mezi statorem a rotorem podle rovnice (1), je nutné určit časový a prostorový průběh okamžitých hodnot magnetické indukce ve vzduchové mezeře.

4.2. Radiální tlak mezi statorem a rotorem

Uvažujeme obecně elektrický stroj, jehož magnetomotorické napětí statoru $F_s(\alpha, t)$ je prostorově i časově rozloženo podle rovnice

$$F_s(\alpha, t) = \sum_{v=1}^{\infty} F_v \cos(v\alpha \mp \omega_v t) \quad (3)$$

a magnetomotorické napětí rotoru $F_R(\alpha, t)$ podle rovnice

$$F_R(\alpha, t) = \sum_{\mu=0}^{\infty} F_{\mu} \cos(\mu\alpha \mp \omega_{\mu} t + \varphi_{\mu}) \quad (4)$$

V rovnicích (3) a (4) jsou v a μ řády statorové a rotorové harmonické, ω je úhlový kmitočet a μ_u je fázový posun mezi fázory vyšších harmonických statoru a rotoru stejného řádu. Osa, pro kterou platí $\alpha = 0$ je umístěna např. do osy vinutí jedné fáze. Předpokládáme-li, že vzduchová mezera mezi statorem a rotorem není konstantní, nýbrž je omezena periodickými křivkami, lze magnetickou vodivost vzduchové mezery podle Hamaty vyjádřit obecně výrazem

$$A(\alpha, t) = A_0 + \sum_{\sigma=1}^{\infty} A_{\sigma} \cos(\sigma\alpha + \varphi_{\sigma}) + \sum_{\varrho=1}^{\infty} A_{\varrho} \cos[\varrho(\alpha - \omega_R t) + \varphi_{\varrho}] + \dots \quad (5)$$

V tomto výrazu jsou σ a ρ řády harmonické Fourierovy řady, která nahrazují průběh vzduchové mezery na statorové (σ) a rotorové (ρ) straně, φ_{σ} a φ_{ρ} jsou fázové posuny těchto harmonických proti ose, pro kterou platí $\alpha = 0$, a ω_R je úhlová rychlost rotoru. Okamžitá hodnota magnetické indukce v daném místě je při zanedbání magnetického odporu železa, dána součtem magnetomotorických napětí v daném místě a okamžiku, který je násoben magnetickou vodivostí vzduchové mezery v témže místě.

Můžeme tedy napsat

$$B(\alpha, T) = [F_s(\alpha, t) + F_R(\alpha, T)] A(\alpha, T) \quad (6)$$

Průběh radiálního tlaku mezi statorem a rotorem můžeme v souhlase s rovnicí (1) napsat ve tvaru

$$p_r = \frac{I}{2\mu_0} [F_s(\alpha, t) + F_R(\alpha, t)]^2 A^2(\alpha, t) \quad (7)$$

Protože podle výrazu (3) má prostorové a časové rozložení magnetomotorického napětí statoru dvě hodnoty (viz znaménka + a -) a stejně tak i rozložení magnetomotorického napětí rotoru podle vztahu (4), je nutné řešit rovnici (7) pro časové a prostorové rozložení radiálního tlaku u jednotlivých případů odděleně.

α) Magnetomotorická napětí statoru a rotoru uvažujeme ve tvaru

$$F_s(\alpha, t) = \sum_{v=0}^{\infty} F_v \cos(v\alpha + \omega_v t),$$

$$F_R(\alpha, t) = \sum_{\mu=0}^{\infty} F_{\mu} \cos(\mu\alpha + \omega_{\mu} t + \varphi_{\mu})$$

magnetická vodivost vzduchové mezery je dána rovnicí (5), přičemž uvažujeme pouze uvedené první tři členy řady. Druhá odmocnina výrazu v hranaté závorce rovnice (6) může být napsána ve tvaru

$$[F_s(\alpha, t) + F_R(\alpha, T)]^2 = \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{v'=0}^{\infty} \frac{F_v F_{v'}}{2} \cos[(v \pm v')\alpha + (\omega_v \pm \omega_{v'})t] + \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{\mu'=0}^{\infty} \frac{F_{\mu} F_{\mu'}}{2} \cos[(\mu \pm \mu')\alpha + (\omega_{\mu} \pm \omega_{\mu'})t + (\varphi_{\mu} \pm \varphi_{\mu'})] + \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{\mu=0}^{\infty} F_v F_{\mu} \cos[(v \pm \mu)\alpha + (\omega_v \pm \omega_{\mu})t \pm \varphi_{\mu}] \quad (7)$$

Druhá mocnina magnetické vodivosti vzduchové mezery je určena jako druhá mocnina sumačního trojčlenu a lze ji vyjádřit ve tvaru.

$$\begin{aligned}
A^2(\alpha, t) &= A_0^2 + 2A_0 \sum_{\sigma=1}^{\infty} A_{\sigma} \cos(\sigma\alpha + \varphi_{\sigma}) + \\
&+ 2A_0 \sum_{\sigma=1}^{\infty} A_{\sigma} \cos[\varphi_{\sigma}(\alpha - \omega_R t + \varphi_{\sigma})] + \\
&+ \sum_{\omega=1}^{\infty} \sum_{\omega'=1}^{\infty} \frac{A'_{\sigma} A'_{\sigma'}}{2} \cos[(\sigma \pm \sigma')\alpha + (\varphi'_{\sigma} \pm \varphi'_{\sigma'})] + \\
&+ \sum_{Q'=1}^{\infty} \sum_{Q=1}^{\infty} \frac{A'_{Q'} A'_{Q}}{2} \cos[(Q' \pm Q)\alpha - (\omega_{Rt}) + (\varphi'_{Q'} \pm \varphi'_{Q})] + \\
&+ \sum_{\omega=1}^{\infty} \sum_{Q=1}^{\infty} A_{\sigma} A_{Q} \cos[(\sigma \pm Q)\alpha \pm Q\omega_R t + \varphi_{\sigma \pm \varphi_Q}]
\end{aligned} \quad (8)$$

β) Magnetická vodivost vzduchové mezery je dána prvními třemi členy výrazu (5) a magnetomotorická napětí statoru a rotoru výrazy

$$F_s(\alpha, t) = \sum_{v=0}^{\infty} F_v \cos(v\alpha - \omega_R t)$$

$$F_R(\alpha, t) = \sum_{\mu=0}^{\infty} F_{\mu} \cos(\mu\alpha - \omega_{\mu} t + \varphi_{\mu})$$

Pro tento případ platí

$$\begin{aligned}
[F_s(\alpha, t) + F_R(\alpha, t)]^2 &= \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{v'=0}^{\infty} \frac{F_v F_{v'}}{2} \cos[(v \pm v')\alpha - (\omega_v \pm \omega_{v'})t] + \\
&+ \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{\mu'=0}^{\infty} \frac{F_{\mu} F_{\mu'}}{2} \cos[(\mu \pm \mu')\alpha - (\varphi'_{\mu} \pm \varphi'_{\mu'})] + \\
&+ \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{\mu=0}^{\infty} F_v F_{\mu} \cos[(v \pm \mu)\alpha - (\omega_v \pm \omega_{\mu})t \pm \varphi_{\mu}]
\end{aligned} \quad (9)$$

γ) Magnetická vodivost vzduchové mezery je určena výrazem (5) a magnetomotorická napětí statoru a rotoru jsou

$$F_s(\alpha, t) = \sum_{v=0}^{\infty} F_v \cos(v\alpha + \omega_t)$$

$$F_R(\alpha, t) = \sum_{\mu=0}^{\infty} F_{\mu} \cos(\mu\alpha - \omega_{\mu} t + \varphi_{\mu})$$

Upravený výraz pro druhou mocninou součtu magnetomotorických napětí statoru a rotoru je

$$\begin{aligned}
[F_s(\alpha, t) + F_R(\alpha, t)]^2 &= \\
&= \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{v'=0}^{\infty} \frac{F_v F_{v'}}{2} \cos[(v \pm v')\alpha + (\omega_v \pm \omega_{v'})t] + \\
&+ \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{\mu'=0}^{\infty} \frac{F_{\mu} F_{\mu'}}{2} \cos[(\mu \pm \mu')\alpha + (\omega_{\mu} \pm \omega_{\mu'})t + (\varphi'_{\mu} \pm \varphi'_{\mu'})] + \\
&+ \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{\mu=0}^{\infty} F_v F_{\mu} \cos[(v \pm \mu)\alpha + (\omega_v \pm \omega_{\mu})t \pm \varphi_{\mu}]
\end{aligned} \quad (10)$$

δ) Magnetická vodivost mezery motoru je vyjádřena výrazem (5), magnetomotorická napětí statoru a rotoru jsou

$$F_s(\alpha, t) = \sum_{v=0}^{\infty} F_v \cos(v\alpha - \omega_R t)$$

$$F_R(\alpha, t) = \sum_{\mu=0}^{\infty} F_{\mu} \cos(\mu\alpha - \omega_{\mu} t + \varphi_{\mu})$$

Druhá mocnina součtu magnetomotorických napětí bude mít tvar

$$\begin{aligned}
[F_s(\alpha, t) + F_R(\alpha, t)]^2 &= \\
&= \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{v'=0}^{\infty} \frac{F_v F_{v'}}{2} \cos[(v \pm v')\alpha + (\omega_v \pm \omega_{v'})t] + \\
&+ \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{\mu'=0}^{\infty} \frac{F_{\mu} F_{\mu'}}{2} \cos[(\mu \pm \mu')\alpha + (\omega_{\mu} \pm \omega_{\mu'})t + (\varphi'_{\mu} \pm \varphi'_{\mu'})] + \\
&+ \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{\mu=0}^{\infty} F_v F_{\mu} \cos[(v \pm \mu)\alpha + (\omega_v \pm \omega_{\mu})t \pm \varphi_{\mu}]
\end{aligned} \quad (11)$$

Jestliže vezmeme v úvahu všechny případy časově a prostorově rozložených magnetomotorických napětí statoru a rotoru, uvažované v odstavcích α) až δ), můžeme získané výrazy (7), (8), (9), (10) a (11) dosadit do vzorce pro výpočet časově a prostorově rozloženého radiálního tlaku p_r , který je vyjádřen výrazem (6). Časově a prostorově rozložený radiální tlak je pak dán vztahem, který lze zapsat ve tvaru

$$\begin{aligned}
[F_s(\alpha, t) + F_R(\alpha, t)]^2 &= \\
&= \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{v'=0}^{\infty} \frac{F_v F_{v'}}{2} \cos[(v \pm v')\alpha + (\omega_v \pm \omega_{v'})t] + \\
&+ \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{\mu'=0}^{\infty} \frac{F_{\mu} F_{\mu'}}{2} \cos[(\mu \pm \mu')\alpha + (\omega_{\mu} \pm \omega_{\mu'})t + (\varphi'_{\mu} \pm \varphi'_{\mu'})] + \\
&+ \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{\mu=0}^{\infty} F_v F_{\mu} \cos[(v \pm \mu)\alpha + (\omega_v \pm \omega_{\mu})t \pm \varphi_{\mu}]
\end{aligned} \quad (12)$$

Rovnici (12) je možné obecně napsat ve tvaru [Hamata]

$$\begin{aligned}
p_r &= \frac{1}{2\mu_0} \sum_{\zeta=0}^{\infty} F_{\zeta} \cos(\zeta\alpha - \omega_{\zeta} t + \varphi_{\zeta}) \cdot \\
&\cdot \left[A_0^2 + \sum_{\xi=1}^{\infty} A_{\xi} \cos(\xi\alpha - \omega_{\xi} t + \varphi_{\xi}) \right]
\end{aligned} \quad (13)$$

kde ζ určuje řád libovolné harmonické magnetomotorického napětí, který vznikne podle prvních tří členů rovnice (12) interferenci libovolných možných harmonických magnetomotorických napětí statoru a rotoru, a ξ je řád libovolné harmonické magnetické vodivosti vzduchové mezery, který vznikne podle zbývajících členů rovnice (12) kombinaci libovolných harmonických periodické křivky, jež omezuje mezeru na straně rotoru a statoru. Vynásobením členů rovnice (13) dostaneme výraz

$$\begin{aligned}
p_r &= \frac{1}{2\mu_0} \sum_{\zeta=0}^{\infty} \left\{ A_0^2 \sum_{\xi=0}^{\infty} F_{\zeta} \cos(\zeta\alpha - \omega_{\zeta} t + \varphi_{\zeta}) + \right. \\
&+ \sum_{\xi=0}^{\infty} \sum_{\xi'=0}^{\infty} \frac{F_{\xi} F_{\xi'}}{2} \cos[(\zeta + \xi)\alpha - (\omega_{\zeta} + \omega_{\xi})t + (\varphi_{\zeta} + \varphi_{\xi})] + \\
&+ \left. \sum_{\xi=0}^{\infty} \sum_{\xi'=0}^{\infty} \frac{F_{\xi} F_{\xi'}}{2} \cos[(\zeta - \xi)\alpha - (\omega_{\zeta} - \omega_{\xi})t + (\varphi_{\zeta} - \varphi_{\xi})] \right\}
\end{aligned} \quad (14)$$

Mezi státorem a rotorem mohou tedy vznikat radiální časově proměnné síly, které mají různý počet prostorových vln – sil různého řádu. Prostorové vlny mají obecný tvar:

$$p_r = A_r \cos(r\alpha - \Omega t) \quad (15)$$

kde

$r = 0, 1, 2$, libovolné číslo

A_r amplituda působící síly

Ω_r úhlový kmitočet síly řádu r

Tyto síly obíhají po obvodu stroje úhlovou rychlostí Ω_r/r . V libovolném místě obvodu je kmitočet časových změn tahu roven $f_r = \Omega_r/2\pi$. Je-li počet pólových dvojic u těchto vln malý, mohou působící síly rozechvít stator. Je-li počet prostorových vln vyšší, působí síly na příliš krátkém ramenu a nebezpečné vibrace nenastává anebo je velmi malé. Největší deformace statorového prstence vznikne tehdy, leží-li kmitočet f_r v blízkosti vlastního mechanického kmitočtu statoru. Pro vibrace jsou důležité případy, kdy počet deformačních vln po obvodu stroje $r = 0; 1; 2; 3; 4$.

Případ kdy $r = 0$.

Příslušná složka síly má tvar

$$p_0 = A_0 \cos \Omega t \quad (16)$$

kteřá je po obvodu rovnoměrně rozložená a v čase se periodicky mění, čímž způsobuje ve všech směrech konfázní radiální kmitání statorového prstence.

Složka p_0 vznikne tehdy, jestliže se skládají dvě harmonické složky magnetomotorického napětí, které mají stejný počet pólových dvojic ξ , avšak různý úhlový kmitočet ω_ξ , tj. při interferenci dvou vln stejné vlnové délky, ale různé rychlosti.

Případ kdy $r = 1$.

Příslušná složka síly má tvar

$$p_1 = A_1 \cos(\alpha - \Omega_1 t) \quad (17)$$

kteřá představuje jednostranný tah, který obíhá s úhlovou rychlostí Ω_1 a při rezonanci s vlastním kmitočtem stroje vyvolá silné vibrace, které se při zatížení stroje projevují na pohaněném mechanismu na základní harmonické což vede k omylu, že stroj je nevyvážen.

Tato složka vznikne, jestliže interferují dvě harmonické indukce, u nichž se počet pólových dvojic liší o jednu.

Případ kdy $r = 2; 3; 4$.

V těchto případech radiální síly způsobují průhyby statorového prstence.

V tomto případě jde o složky:

$$p_r = P_\zeta \cos(\zeta\alpha - \omega_\zeta + \varphi_\zeta) \quad (18)$$

$$p_r = P_{\zeta\xi} \cos[(\zeta - \xi)\alpha - (\omega_\zeta - \omega_\xi)t + (\varphi_\zeta - \varphi_\xi)] \quad (19)$$

Podle rovnic (18) a (19) vznikají síly nízkých řádů tj. síly s malým počtem prostorových vln tehdy, platí-li v prvním případě rovnice (18).

$$|\zeta| = r \quad (20)$$

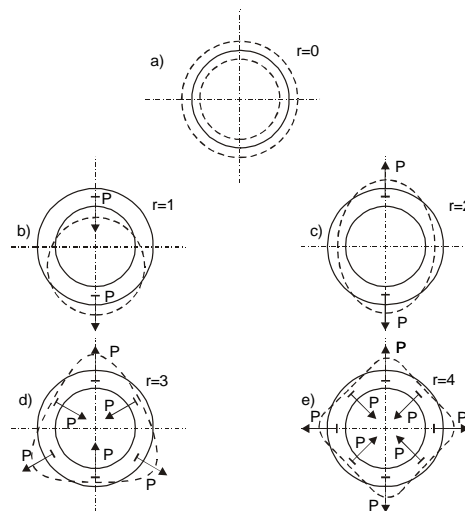
a v druhém případě rovnice (19)

$$|\zeta - \xi| = r \quad (21)$$

kde r je malé celé číslo včetně nuly.

Nemají-li mít stroje nadměrné vibrace, je nutné, aby se pokud možno nevyvinuly harmonické jejich řád vyhovuje rovnicím (20) a (21).

Pro ilustraci je na obr. 3 naznačeno prostorové rozložení sil způsobujících kmitu řadu $r = 0$ až $r = 4$. Jako zvláštní případ je na obr. 3a znázorněno tzv. dýchání stroje působením sil nultého řádu podle rovnice (16), pro které platí podmínka (20). Tento případ je analogický případu válcové nádoby s časově proměnlivým vnitřním přetlakem. V obrázku 3b až e jsou čárkovanou čarou naznačeny deformace statoru vlivem působení radiálních sil.



Obrázek 3.: Deformace statoru vlivem prostorového rozložení deformačních sil, způsobujících kmitu řadu $r = 0$ až $r = 4$.

Z uvedeného rozboru vyplývá, že elektromagnetickými příčinami vibrací jsou časově proměnné radiální síly, způsobené interferencí pracovní a vyšších harmonických magnetické indukce ve vzduchové mezeře a tudíž vyššími harmonickými magnetomotorickými napětí a vodivosti vzduchové mezery.

Závěr

V předchozí kapitole je uveden teoretický rozbor vzniku parazitních sil v průběhu chodu elektromotoru obecně. Tyto parazitní síly se obzvláště projevují u dvojpólových asynchronních elektromotorů nn a především vn. Na obrázku 3a je zobrazen rozklad sil pro tento případ. Autor tohoto článku řešil úspěšně od roku 1985 asi 17 případů na zkušebnách při přejímkách elektromotorů u výrobce a taktéž u provozovaných elektromotorů. Tyto případy je nutné označit za příčinu nevyváhy pohaněného mechanismu.

Literatura:

Hudeczek M., Brychey J.: Protokoly z vyhodnocení vibrací. Zakázkové listy HU – S 061102, HUDECZEK SERVICE, s. r. o.

Hamata V.: Hluk elektrických strojů, Academia, Praha 1987